استخدام المصفوفة الماركوفية الماصة في تحليل حركة الطلاب في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية (ستة سنوات) -جامعة عدن

حسين عبد الحافظ صالح عوض
كلية التربية يافع –جامعة عدن
قسم الإحصاء كلية العلوم الإدارية جامعة عدن
DOI: https://doi.org/10.56807/buj.v4i1.229

ملخص

يهدف هذا البحث إلى تقدير نسبة الطلاب الذين سيحصلون على شهادة البكالوريوس والذين سيتعرضون للفصل من الطلاب المسجلين في المستويات المختلفة في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن، وكذلك تقدير متوسط مدة بقاء الطالب حتى حصوله على شهادة البكالوريوس وقد استخدم لهذا الغرض أفضل الوسائل التي تستخدم في هذا المجال، وهي سلاسل ماركوف وأستخدم متوسط الطلاب الناجحين والراسبين والمفصولين والخريجين للفترة بين 2007/2006 و2020/2019 في تحليل سلاسل ماركوف عوضا عن استخدام بيانات عام واحد.

الكلمات المفتاحية: جامعة عدن، سلاسل ماركوف، مصفوفة ماركوف الماصة.

Abstract

This research aims to estimate the percentage of students who will obtain a bachelor's degree and who will be subject to dismissal of the students registered at different levels in the Department of Human Medicine, College of Medicine and Health Sciences, University of Aden. It also aims to estimate the average of the period in which the students stay until obtaining the bachelor's degree. For this purpose, Markov Chins model has been used since it is deemed one of the best models to be used in this domain. Average of successful, failing, dismissed, and graduate students for the period between 2006/2007 and 2019/2020 have been used in analyzing Markov chains instead of using one-year data.

مقدمة:

نظراً لعدم وجود سياسات واضحة تربط بين مخرجات التعليم في الجامعات اليمنية ومتطلبات سوق العمل حيث أن أعداد الخريجين من في ازدياد مستمر وهي تفوق بكثير حجم فرص العمل المتوفرة في سوق العمل، فقد استخدمت هذه الدراسة أحد العمليات العشوائية وهو سلاسل ماركوف في تقدير حركة الطلاب، من خلال تنقلاتهم وبقائهم في المستويات المختلفة للعينة المختارة، وتقدير أعدادهم، كمساهمة من أجل التوصل إلى معالجات وتوصيات لربط التعليم الجامعي بحاجات المجتمع.

مشكلة الدراسة:

لقد شهد العالم تطورا كبيرا في شتى مجالات الحياة الاقتصادية والاجتماعية والسياسية ولذلك فإن كثيرا من الدول قد كرست جهودها للموائمة بين مخرجات الجامعات وحاجات المجتمع من الكوادر المدربة التي يحتاجها سوق العمل ،ولكن الجامعات اليمنية تسلك سلوكا آخر غير هذا ،فأصبح الخلل واضحا للعيان وأصبح عدد الخريجين يتراكم عاما بعد آخر، بالإضافة إلى إن هناك تعثر الطلاب وتسربهم خلال مراحل دراستهم المختلفة وهذا يشكل حجر عثرة أمام متخذي القرار في معرفة عدد الطلاب المراد تسجيلهم وقبولهم ، ومعرفة عدد الخريجين لكل عام دراسي ، وكذلك تنقلاتهم بين المراحل المختلفة ، ولذلك فإن الاستفادة من النماذج الإحصائية في التعرف على المشاكل المختلفة وإيجاد الحلول لها قبل وقوع المشكلة يعد أمرا مرغوبا.

أهداف الدراسة:

هدفت هذه الدراسة إلى معرفة متوسط بقاء الطالب في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية حتى إكمال دراسته، وإيجاد نماذج تمثل حركة الطلاب بين مستوياتهم المختلفة وتوفيق نموذج يتنبأ بأعداد الطلاب المتخرجين في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية للأعوام اللاحقة وقد وظفت سلاسل ماركوف لهذا الغرض.

أهمية الدراسة:

إن الاهتمام بالتعليم الجامعي في المجتمعات المتحضرة يتزايد يوما بعد يوم حيث أنه هو المعيار الحقيقي لتقدمها، وهو مصدر قوتها والرصيد الاستراتيجي الذي يرفدها بحاجتها من الكوادر البشرية والأيدي المدربة التي تحتاج إليها للنهوض وتحقيق التنمية الشاملة في كافة مجالات الحياة، ومن هنا تكمن أهمية دراسة الوضع الراهن والتنبؤ باحتياجات المستقبل ومن ثم وضع استراتيجيات وسياسات واضحة للعملية التعليمية في الجامعات لضمان بناء كادر قادر على التكييف مع الواقع والمجتمع، وسيتم في هذه الدراسة تحليل تحركات الطلاب بين المستويات المختلفة ومعرفة مدة بقائهم وبذلك فهو يوفر قاعدة معلوماتية للقائمين على التعليم العالي ومتخذي القرار ويساعدهم على تقييم مستوى التحصيل الأكاديمي للطلاب والتخطيط لمخرجاته.

فرضية الدراسة:

فرض العدم :لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط مدة البقاء في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية والحد الأدنى للبقاء (ست سنوات).

الفرض البديل :توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط مدة البقاء في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية والحد الأدنى للبقاء (ست سنوات).

منهجية الدراسة:

استخدمت الدراسة المنهج التحليلي وذلك عن طريق تحليل البيانات باستخدام سلاسل ماركوف.

مصادر البيانات:

تستند الدراسة في إطارها العملي على البيانات الإحصائية (إدارة التخطيط والإحصاء بالجامعة، وقسم التسجيل بالكلية) وفي إطارها النظري إلى كل ما هو متاح من مراجع وتقارير ودراسات وكتب.

الدراسات السابقة:

توجد العديد من الدارسات التي تعرضت لهذا الموضوع والتي استخدمت سلاسل ماركوف ومنها:

1- **دراسة** "سهاد عبد الله، 2017، أثر استخدام سلاسل ماركوف في تخطيط التعليم الجامعي-دراسة تطبيقية على كلية المجتمع للبنات بخميس مشيط " حيث تم تقدير مدة بقاء الطالب لحصوله على شهادة التخرج، وتناولت هذه الدراسة مشكلة قلة عدد الخريجات من كلية خميس مشيط مقارنة بعدد المتقدمات بالكلية كل عام وقد وضعت هذه الدراسة نموذج لتقدير أعداد المتخرجين.

2- دراسة "شهاب احمد ابراهيم العبيدي، 2015، استخدام سلسلة ماركوف الماصة في التنبؤ بأعداد الطلبة الخريجين لبعض اقسام كلية العلوم / جامعة كركوك " حيث تم تقدير وتحليل أعداد الطلبة المتخرجين والمرقنة قيودهم لبعض اقسام كلية العلوم / جامعة كركوك ومن النتائج التي توصلت اليها الدراسة أن استخدام نموذج سلسلة ماركوف يعتبر من أفضل النماذج المستخدمة لهذا الغرض.

3- **دراسة** " د .مؤمن محمد الحنجوري ود .شادي اسماعيل التلباني، 2013، استخدام سلاسل ماركوف الامتصاصية في تحليل حركة الطلبة خلال المراحل الدراسية - دراسة تطبيقية على طلبة كلية الهندسة بالجامعة الاسلامية بغزة " وفي هذه الدراسة تقدير معدل التخرج السنوي، وتم حساب زمن بقاء الطالب للحصول على البكالوريوس وتقدير عدد الخريجين والمفصولين.

4- **دراسة** "د. صفاء معطي و د. مختار لصفوح، 2012، تقدير حركة الطلاب في التخصصات المختلفة في كلية

العلوم الإدارية باستخدام سلاسل ماركوف الماصة "حيث تم حساب زمن انتظار الطالب في كل فصل من فصول الدراسة حتى تخرجه، وتم تقدير العدد المتوقع من الخريجين ولمدة أربع سنوات قادمة.

عمليات ماركوف (Markovian processes):

طور عمليات ماركوف العالم الروسي ماركوف في مطلع القرن العشرين وذلك للتنبؤ بالحركة المستقبلية لمتغير استنادا إلى النتائج السابقة لنفس المتغير، وذلك من خلال دراسته لحركة جزيئات الغاز في إناء مغلق، ويعتمد أسلوب ماركوف على رصد ملامح الواقع وذلك باعتبار أن ما سيحدث في المستقبل هو صورة لما حدث في الماضي القريب وتصنف عمليات ماركوف بناء على فضاء الحالة Sوفضاء الأدلة T إلى نوعين:

أ- عمليات ماركوف (Markov Processes) عندما يكون مجال العينة مستمرا.

ب- سلاسل ماركوف (Markov Chain) عندما يكون مجال العينة متقطع.

سلاسل ماركوف (Markov Chain) :

تعبر العملية العشوائية $X_n, n\epsilon T$ عن سلسلة ماركوف إذا كانت منفصلة الحالة، منفصلة الزمن وتحقق خاصية ماركوف المذكورة أدناه.

وتعرف سلاسل ماركوف: "بأنها أسلوب رياضي علمي وتحليلي لسلوك الظواهر المختلفة خلال الفترة الحالية من أجل التنبؤ بسلوك هذه الظواهر في المستقبل"(محسن و الشويرف , 2018,ص 96).

فإذا رمزنا للحالات التي تحتلها العملية في الأزمنة 0,1,2,3.... ب $X_0, X_1, X_2, X_3, \ldots$ فإن هذه XS متغيرات عشوائية، وإذا كانت هذه المتغيرات متقطعة فيمكن القول إن لدينا سلسلة ماركوف إذا كان التوزيع الاحتمالي الشرطي لـ X_{n+1} إذا علمنا $X_0, X_1, X_2, X_3, \ldots$ يعتمد فقط على X_n أي أن خاصية ماركوف هي:

$$P(X_{n+1} = j | X_0 = R \ , X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n = i) = P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P_{ij} \ , \qquad (1)$$

وتصنف سلاسل ماركوف حسب أمكانية الانتقال من أي حالة إلى أخرى كالتالي :

- " حالة العودة (Recurrent State): يقال للحالة (i) بأنها حالة عودة أو حالة رجوع إذا وفقط إذا كان من المؤكد رجوع العملية للحالة (i) التي سبق وإن غادرتها.
- حالة الزوال (Transient State): يقال للحالة (i) بأنها حالة زوال إذا وفقط إذا كان هناك احتمال موجب بإن لا تعود العملية للحالة (i) التي سبق وإن غادرتها."(بازي والعباسي, 2006,ص139).
- حالة الامتصاص (Absorbing State): هي حالة يكون فيها استحالة الانتقال منها إلى أي حالة من الحالات المكونة للسلسلة، في حين يكون هناك إمكانية الوصول إلى هذه الحالة انطلاقا من بقية الحالات، أي أنه اذا كانت مجموعة من الحالات C ،بحيث لا يمكن لأي حالة خارج C الوصول لأي وضع داخل المجموعة C ، تسمى هذه المجموعة مغلقة closed set ، وإذا كانت المجموعة المغلقة C ، تحتوي على حالة واحد j ، يسمى j حالة ماصة

$$P_{ik} = 0 \ \forall j \neq k \ , P_{jj} = 1 \ , \qquad (2)$$

مصفوفة احتمالات الانتقال:

كما أوضح (أحمد, 2008, ص ص 142-144) يكون تكوين المصفوفة الانتقالية بالشكل التالي:

إذا كان هناك معلومات أولية عن ظاهرة ما ولتكن y تم تصنيفها إلى n من الحالات (المجموعات) التي نرمز لها بالرمز(Si , i =1,2,3,…, n)ومن ثم يتم وضع حالات تلك الظاهرة بجدول يصف انتقال تلك الحالات فيما بينها وكما موضح في الجدول (1)

جدول رقم (1) يوضح كيفية توزيع قيم الظاهرة y علي n من الحالات

State الحالات	S_1	S_2	$\cdots$	S_j	$\cdots$	S_n	المجموع عند الفترة t
S_1	y_{11}	y_{12}	$\cdots$	y_{1j}	$\cdots$	y_{1n}	$y_{1.}$
S_2	y_{21}	y_{22}	$\cdots$	y_{2j}	$\cdots$	y_{2n}	$y_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_j	y_{j1}	y_{j2}	$\cdots$	y_{jj}	$\cdots$	y_{jn}	$y_{j.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_n	y_{n1}	y_{n2}	$\cdots$	y_{nj}	$\cdots$	y_{nn}	$y_{n.}$
المجموع عند الفترة t+1	$y_{.1}$	$y_{.2}$	$\cdots$	$y_{.j}$	$\cdots$	$y_{.n}$	$y_t = y = y_{t+1}$

إذ إن قيمة الظاهرة عند الحالة S = i و S = j هي(yij ; i, j = 1,2, … , n)،
وإن مجموع الظاهرة iعند الفترة t هو ($y_{i.} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij}$; $i = 1,2, \dots, n$)،
وإن مجموع الظاهرة jعند الفترة t+1هو ($y_{.j} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij}$; $i = 1,2, \dots, n$)،
وإن المجموع الكلي للظاهرة هو ($y = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} y_{ij}$).

الخطوة التالية هي تقدير احتمالات الانتقال وستستخدم هنا طريقة الترجيح الأعظم وفي هذه الطريقة فأن احتمال الانتقال المقدر من الوضع i إلى الوضع j يحسب من خلال الصيغة التالية:

$$P_{ij} = \frac{y_{ij}}{y_{i.}} , \qquad (3)$$

وبعد إجراء عملية التقدير سيتم تحويل مشاهدات الظاهرة الموجودة في الجدول رقم (1) إلى قيم احتمالية تمثل احتمال انتقال الظاهرة من حالة إلى أخرى خلال الفترة t وكما مبين في الجدول (2)

جدو ل رقم (2) يوضح الاحتمالات الانتقالية لقيم الظاهرة y

الحالات	S_1	S_2	…	S_j	…	S_n	المجموع
S_1	P_{11}	P_{12}	…	P_{1j}	…	P_{1n}	1
S_2	P_{21}	P_{22}	…	P_{2j}	…	P_{2n}	1
⋮	⋮	⋮	…	⋮	…	⋮	1
S_i	P_{i1}	P_{i2}	…	P_{ij}	…	P_{in}	1
⋮	⋮	⋮	…	⋮	…	⋮	1
S_n	P_{n1}	P_{n2}	…	P_{nj}	…	P_{nn}	1

لقد جرت العادة على وضع الاحتمالات الانتقالية للظاهرة على شكل مصفوفة تدعى بمصفوفة الاحتمالات الانتقالية التي تعد من المكونات الأساسية لسلسلة ماركو ف والتي تتصف بالآتي:

- تكون مصفوفة مربعة من الرتبة ($n \times n$) ويرمز للصفوف بالرمز j وللأعمدة بالرمز i أما العنصر الذي ترتيبه (i,j) فيمثل الاحتمال P_{ij} .
- تتكون من مجموعة من الحالات الانتقالية والماصة.
- عناصر هذه المصفوفة بين الصفر والواحد أي أن $1 \ge P_{ij} \ge 0$
- مجموع عناصر كل صف فيها يساوي الواحد الصحيح، أي أن $\sum_j P_{ij} = 1$

إن العناصر (P_{ij})المكونة لمصفوفة الاحتمالات الانتقالية$P = \{P_{ij}\}$ لسلاسل ماركوف تمثل احتمالات انتقال العملية العشوائية من الحالة (i) إلى الحالة (j) في خطوة واحدة أي خلال فترة زمنية محددة، فإذا أردنا إ يجاد قيمة احتمال انتقال الظاهرة من الحالة (i) إلى الحالة (j) وبعدد محدود من الخطوات أو الفترات الزمنية مقداره (m) فيكون لديناP_{ij}^{m}حيث أن:

$$P_{ij}^{m} = P(X_{n+m} = j / X_n = i) , \qquad (4)$$

فإذا كانت m =1 فإن P_{ij}^{m} يصبح احتمال الانتقال من الحالة i إلى الحالة j بخطوة واحدة.

سلاسل ماركوف الامتصاصية (Absorbing Markov Chain):

ليست جميع سلاسل ماركوف التي تطبق على العلوم الحياتية تحتوي على مصفوفة انتقالية عادية منتظمة، فقد نفى (Greenwell and et., 2003, P10) أن تكون جميع سلاسل ماركوف اعتيادية ، حيث هناك بعض التطبيقات الهامة لا تتضمن انتقال اعتيادي بين الحالات ، لذا يوجد نوع أخر من سلاسل ماركوف يستخدم على نطاق واسع يسمى سلسلة ماركوف الماصة والتي تستخدم في النماذج المرتبطة بالكائنات الحية مثل حالة الموت ، حيث تنتقل الحالات الأخرى اليها ولا يمكنها الرجوع ، فإذا احتوت السلسلة الماركوفية على حالة يكون فيها استحالة الانتقال منها إلى أي حالة من الحالات المكونة للسلسلة، في حين يكون هناك إمكانية الوصول إلى هذه الحالة انطلاقا من بقية الحالات، فإننا نطلق على المصفوفة المكونة لتلك السلسلة اسم الامتصاصية وهذا النوع يستخدم على نطاق واسع في العلوم الحياتية، وتكون السلسلة المار كوفية في الحالة الامتصاصية إذا تحقق الشرطان التاليان:

1- يوجد على الأقل حالة ماصة يستحيل الانتقال منها إلى أية حالة من الحالات الأخرى

2- هناك إمكانية الوصول إلى هذه الحالة الماصة انطلاقا من أي حالة من الحالات المكونة للسلسلة.

وفي السلسلة المار كوفية الماصة يمكن الانتقال من الحالات غير الماصة إلى إحدى الحالات الماصة وذلك بعدد من الخطوات اللازمة للوصول إلى الحالة الماصة.

فإذا كانت سلسلة ماركوف مكونة من n حالة منها r حالة ماصة s حالة غير ماصة فيكون $n = r + s$ ، ولتحليل سلسلة ماركوف الامتصاصية يجب تقسيم مصفوفة الاحتمالات الانتقالية الى اربع مصفوفات فرعية وقد أشار (Pinsky and Karlin, 2011,p101) إلى أن شكل مصفوفة ماركوف يكون كما يلي:

$$P = \begin{bmatrix} Q & R \\ O & I \end{bmatrix}, \quad (5)$$

حيث أن:

Q: مصفوفة احتمالات الانتقال من حالة غير ماصة الى حالة غير ماصة، وهي مكونة من (s سطرا s عمودا).

R: مصفوفة احتمالات الوصول إلى الحالة الماصة انطلاقا من الحالات غير الماصة مكونة من (s سطرا r عمودا).

O: مصفوفة صفرية (Zero Matrix) تعكس احتمالات الانتقال من حالة ماصة الى حالة غير ماصة وهي مكونة من (r سطرا s عمودا) .

I: مصفوفة أحادية (Identity Matrix) وتعكس احتمالات البقاء ضمن الحالة الماصة وهي مكونة من (r سطرا r عمودا).

وبعد إجراء (n) خطوة انتقال (فقد أوضح رودين وآخرون، بدون، ص109) إن المصفوفة P تأخذ الشكل التالي:

$$P^2 = \begin{bmatrix} Q^2 & R + QR \\ O & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^2 & R(I + Q) \\ O & I \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$P^3 = \begin{bmatrix} Q^3 & R + QR + Q^2R \\ O & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^3 & R(I + Q + Q^2) \\ O & I \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$P^n = \begin{bmatrix} Q^n & R(I + Q + Q^2 + \cdots + Q^{n-1}) \\ O & I \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$P^n = \begin{bmatrix} Q^n & R\sum_{i=0}^{n-1} Q^i \\ O & I \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\lim_{n\to\infty} P^n = \begin{bmatrix} Q^n & R(I - Q)^{-1} \\ O & I \end{bmatrix}, \quad (10)$$

حيث أن

1. $Q^n \to 0, n = \infty,$
2. $\sum_{i=0}^{\infty} Q^i = 1 + Q + Q^2 + \cdots = (I - Q)^{-1},$

مصفوفة الاحتمالات الانتقالية لسلاسل ماركوف الامتصاصية يرمز لها بالرمز N ويطلق عليها اسم المصفوفة الاساسية او الجوهرية للسلسلة الماركوفية الامتصاصية حيث

$$N = (I - Q)^{-1}. \quad (11)$$

تعريف زمن الامتصاص - Time to Absorption :

عرف (أزهري, 2017,ص24) الزمن الوسطي قبل الوصول للحالة الماصة والتي تبدأ من الحالة Si كما يلي :

$$t = Ne \quad (12)$$

شعاع عمودي جميع عناصره وحدات. e حيث

أي أن مصفوفة متوسطات أزمنة الامتصاص ابتداء من الحالات غير الماصة يرمز لها بالرمز Mحيث

$$M = Ne = (I - Q)^{-1}e \quad (13)$$

احتمالات الامتصاص - Absorption Probabilities :

بفرض b_{ij} احتمال السلسلة الماصة التي سوف تصل للحالة الماصة S_j انطلاقاً من حالة عابرة S_i فإن المصفوفة $B = \{b_{ij}\}$ مؤلفة من t سطر و r عمود تكون كما أشار(أزهري, 2017,ص24) كالآتي :

$$B = NR \quad (14)$$

حيث المصفوفة الأساسية N وR مصفوفة غير صفرية أي أن مصفوفة الاحتمالات الانتقالية من الحالات غير الماصة إلى الحالات الماصة هي:

$$B = (I - Q)^{-1}R \quad (15)$$

كذلك فقد أشار (غافل, 2017, ص177) إلى أن $N = (\mu_{ij})$ يعبر عنها أيضا بإنها متوسط عدد الزيارات بين حالات الزوال (التوقع المشروط للزيارة).

ويمكن حساب مصفوفة التباينات غير المشروطة لزمن بقاء الطالب في القسم كما يلي:

$$Var(N) = (2N - I) * M - M_{sq}, \quad (16)$$

حيث أن M_{sq} تمثل مربعات عناصر المصفوفة M (Kemeny and Snell, 1980)

تقييم النموذج المستخدم Models Evaluation

يجب معرفة أن النموذج الذي تم استخدامه يعتبر ذو كفاءة أم لا ويكون ذو كفاءة إذا كانت النتائج المتوقعة قريبة

جدا للنتائج الفعلية، وكما أشار(عبدالله، سهاد، 2017،ص91) فإن هناك العديد من المعايير التي تستخدم لاختبار كفاءة النموذج منها متوسط مربع الخطأ(M. S. E) ومتوسط مربع الخطأ المطلق (M. A. SE) ومتوسط الخطأ المطلق النسبي (M. AP. E)وكذلك مقياس تايل لعدم التساوي Thail Unequal Statistic والذي يمكن تطبيقه حسب المعادلات التالية:

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n-1}(P_i - A_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} A_i^2}} \,, \qquad (17)$$

حيث $A_i = \frac{E_{i+1}-O_i}{O_i}$, $P_i = \frac{E_{i-1}-O_i}{O_i}$,

علما أن O_i هي القيم الفعلية E_i هي القيم المتنبئ بها وإن $0 \le u < \infty$ وعندما $0 \le u \le 1$ فإن النموذج يعتبر نموذجا جيدا للتنبؤ وله قوة تنبؤيه عالية.

مصفوفة احتمالات الانتقال في التعليم الجامعي

يمنح قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن شهادة البكالوريوس في مدة دراسية ست سنوات وعند تطبيق سلاسل ماركوف الماصة على حركة الطلاب بين المستويات المختلفة ويمكننا تصنيف الحالات الآتية:

L_1	حالة الطالب في المستوى الأول في قسم الطب البشري	حالات غير ماصة
L_2	حالة الطالب في المستوى الثاني في قسم الطب البشري	
L_3	حالة الطالب في المستوى الثالث في قسم الطب البشري	
L_4	حالة الطالب في المستوى الرابع في قسم الطب البشري	
L_5	حالة الطالب في المستوى الخامس في قسم الطب البشري	
L_6	حالة الطالب في المستوى السادس في قسم الطب البشري	
L_I	الة فصل الطالب من قسم الطب البشري نهائيا	حالات ماصة
L_{II}	حالة تخرج الطالب من قسم الطب البشري من المرحلة الأخيرة	

ولتكوين مصفوفة احتمالات الانتقال بين المراحل المختلفة لابد أولاً من كتابة مصفوفة أو جدول يعكس التغيرات التي طرأت على تنقلات الطلبة بين المستويات المختلفة ويكون الجدول بالشكل التالي:

State الحالات	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_I	L_{II}
L_1	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	0	0	0	0	$a_{1,I}$	0
L_2	0	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	0	0	0	$a_{2,I}$	0
L_3	0	0	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	0	0	$a_{3,I}$	0
L_4	0	0	0	$a_{4,4}$	$a_{4,5}$		$a_{4,I}$	0
L_5	0	0	0	0	$a_{5,5}$	$a_{5,6}$	$a_{5,I}$	0
L_6	0	0	0	0		$a_{6,6}$	$a_{6,I}$	$a_{6,II}$
L_I	0	0	0	0	0	0	$a_{I,I}$	0
L_{II}	0	0	0	0	0	0	0	$a_{II,II}$

حيث أن

$a_{i,i+1} , i = 1,2,3,4,5$ تمثل أعداد الطلاب الذين انتقلوا من المستوى (i) إلى المستوى (i+1)،

$a_{i,i} , i = 1,2,3,4,5,6$ تمثل عدد الطلاب الذين بقوا في المستوى (i)،

$a_{i,I} , i = 1,2,3,4,5,6$ تمثل عدد الطلاب الذين فصلوا من المستوى (i)،

$a_{6,II}$ تمثل عدد الطلاب الذين تخرجوا من المستوى السادس،

$a_{I,I}$ جميع الطلاب المفصولين، $a_{II,II}$ جميع الطلاب المتخرجين.

إن أساس التحليل في عملية ماركوف هو تكوين مصفوفة احتمالات الانتقال من أي مرحلة إلى أخرى ضمن

فترة زمنية (سنة واحدة)، ويتم عادة تكوينها بعد إجراء عملية تقدير الاحتمالات كما يلي :

$$P=\begin{matrix} P_{1,1} & P_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{1,I} & 0 \\ 0 & P_{2,2} & P_{2,3} & 0 & 0 & 0 & P_{2,I} & 0 \\ 0 & 0 & P_{3,3} & P_{3,4} & 0 & 0 & P_{3,I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{4,4} & P_{4,5} & 0 & P_{4,I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{5,5} & P_{5,6} & P_{5,I} & P_{5,II} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{6,6} & P_{6,I} & P_{5,II} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{I,I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{II,II} \end{matrix} \qquad (18)$$

من المصفوفة السابقة يمكن إيجاد مصفوفة احتمالات الانتقال من الحالات غير الماصة إلى الحالات غير الماصة كالتالي:

$$Q=\begin{matrix} P_{1,1} & P_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{2,2} & P_{2,3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{3,3} & P_{3,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{4,4} & P_{4,5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{5,5} & P_{5,6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{6,6} \end{matrix} \qquad (19)$$

حيث أن:

$(P_{i,i}\ \ , i=1,2,3,4,5,6)$ يعني احتمال رسوب أو بقاء الطالب في المستوى i،

$(P_{i,i+1}\ , i=1,2,3,4,5)$ يعني احتمال انتقال الطالب من المستوى i إلى المستوى i+1،

الخطوة التالية هي تأخذ المصفوفة Q وتطرح من مصفوفة وحدة من نفس السعة ثم يوجد معكوسها الضربي (مقلوبها) ليحصل على المصفوفة $\boldsymbol{N}$ ،وهي التي تستخدم في تقدير زمن البقاء في أي حالة من الحالات غير الماصة (أي زمن بقاء الطالب في أي مستوى من المستويات الدراسية).

وكذلك تستخدم في الحصول على مصفوفة احتمالات التنقل من الحالات غير الماصة إلى الحالات الماصة (أي انتقال الطالب من المستويات الدراسية إلى حالة التخرج أو حالة الفصل ونوجد هذه المصفوفة كما يلي:

$$(20)N=\begin{bmatrix} q_{1,1} & -P_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{2,2} & -P_{2,3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{3,3} & -P_{3,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{4,4} & -P_{4,5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{5,5} & -P_{5,6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{6,6} \end{bmatrix}^{-1}$$

حيث أن $q_{i,i}=1-P_{i,i}$ وتكون N بالشكل التالي:

$$N=\begin{bmatrix} \frac{1}{q_{1,1}} & \frac{P_{1,2}}{q_{1,1}q_{2,2}} & \frac{P_{1,2}P_{2,3}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}} & \frac{P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}} & \frac{P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ 0 & \frac{1}{q_{2,2}} & \frac{P_{2,3}}{q_{2,2}q_{3,3}} & \frac{P_{2,3}P_{3,4}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}} & \frac{P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{q_{3,3}} & \frac{P_{3,4}}{q_{3,3}q_{4,4}} & \frac{P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{q_{4,4}} & \frac{P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{4,5}P_{5,6}}{q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{q_{5,5}} & \frac{P_{5,6}}{q_{5,5}q_{6,6}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{q_{6,6}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

وتعطى مصفوفة أزمنة الامتصاص M والتي تحتوي على الزمن الوسطي قبل الوصول للحالة الماصة (التخرج أو الفصل) بالشكل التالي :

$$M=\begin{bmatrix} \frac{1}{q_{1,1}}+\frac{P_{1,2}}{q_{1,1}q_{2,2}}+\frac{P_{1,2}P_{2,3}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{1}{q_{2,2}}+\frac{P_{2,3}}{q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{2,3}P_{3,4}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{1}{q_{3,3}}+\frac{P_{3,4}}{q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{1}{q_{4,4}}+\frac{P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{4,5}P_{5,6}}{q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{1}{q_{5,5}}+\frac{P_{5,6}}{q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{1}{q_{6,6}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

أي أن مصـــفوفة الاحتمالات الانتقالية من الحالات غير الماصـــة إلى الحالات الماصـــة والتي تمثل انتقال الطالب من المستويات الدراسية إلى حالة التخرج أو حالة الفصل تعطى بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} \frac{P_{1,I}}{q_{1,1}}+\frac{P_{2,I}\ P_{1,2}}{q_{1,1}q_{2,2}}+\frac{P_{3,I}\ P_{1,2}P_{2,3}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}\ P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\ P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{6,I}\ P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}\ P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} \frac{P_{2,I}}{q_{2,2}}+\frac{P_{3,I}P_{2,3}}{q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{6,I}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{P_{3,I}}{q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}P_{3,4}}{q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{6,I}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{P_{4,I}}{q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{6,I}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{P_{5,I}}{q_{5,5}}+\frac{P_{6,I}P_{5,6}}{q_{5,5}q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}P_{5,6}}{q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{P_{6,I}}{q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}}{q_{6,6}} \end{bmatrix} \tag{23}$$

وإذا كانت مصفوفة المتوسطات لأعداد الطلاب المسجلين في المستويات الدراسية خلال آخر سنة دراسية هو W حيث أن: $W=(L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5)$ إن متوسط عدد الطلبة الذين سيحصلون على شهادة البكالوريوس ومتوسط عدد الطلبة الذين سيتعرضون للفصل في ست سنوات قادمة يمكن إيجاده من المصفوفة التي نرمز لها بالرمز F حيث:

$$F=\mathrm{WB}=(L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5) \cdot \begin{bmatrix} \frac{P_{1,I}}{q_{1,1}}+\frac{P_{2,I}P_{1,2}}{q_{1,1}q_{2,2}}+\frac{P_{3,I}P_{1,2}P_{2,3}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{6,I}P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{P_{2,I}}{q_{2,2}}+\frac{P_{3,I}P_{2,3}}{q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{6,I}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{P_{3,I}}{q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}P_{3,4}}{q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{6,I}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{P_{4,I}}{q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}}+\frac{P_{6,I}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{P_{5,I}}{q_{5,5}}+\frac{P_{6,I}P_{5,6}}{q_{5,5}q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}P_{5,6}}{q_{5,5}q_{6,6}} \\ \frac{P_{6,I}}{q_{6,6}} & \frac{P_{6,II}}{q_{6,6}} \end{bmatrix} \tag{24}$$

ومن ضرب المصفوفتين يستنتج أن متوسط عدد الطلبة الذين سيحصلون على شهادة البكالوريوس في الست السنوات القادمة ولنرمز له بالرمز F_{II} ومتوسط عدد الطلبة الذين سيتعرضون للفصل في الست السنوات القادمة ولنرمز له بالرمز F_I هما كما يلي:

$$F_{II} = L_1 \frac{P_{6,II}\, P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} + L_2 \frac{P_{6,II}\, P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} + L_3 \frac{P_{6,II}\, P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} + L_4 \frac{P_{6,II}\, P_{4,5}P_{5,6}}{q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} + L_5 \frac{P_{6,II}\, P_{5,6}}{q_{5,5}q_{6,6}} + L_6 \frac{P_{6,II}}{q_{6,6}} \qquad (25)$$

$$\begin{aligned} F_I = {} & L_1 \left(\frac{P_{1,I}}{q_{1,1}} + \frac{P_{2,I}\, P_{1,2}}{q_{1,1}q_{2,2}} + \frac{P_{3,I}\, P_{1,2}P_{2,3}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}} + \frac{P_{4,I}\, P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}} + \frac{P_{5,I}\, P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} + \frac{P_{6,I}\, P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \right) \\ & + L_2 \left(\frac{P_{2,I}}{q_{2,2}} + \frac{P_{3,I}\, P_{2,3}}{q_{2,2}q_{3,3}} + \frac{P_{4,I}\, P_{2,3}P_{3,4}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}} + \frac{P_{5,I}\, P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} + \frac{P_{6,I}\, P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \right) \\ & + L_3 \left(\frac{P_{3,I}}{q_{3,3}} + \frac{P_{4,I}\, P_{3,4}}{q_{3,3}q_{4,4}} + \frac{P_{5,I}\, P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} + \frac{P_{6,I}\, P_{3,4}P_{4,5}P_{5,6}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \right) \\ & + L_4 \left(\frac{P_{4,I}}{q_{4,4}} + \frac{P_{5,I}\, P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}} + \frac{P_{6,I}\, P_{4,5}P_{5,6}}{q_{4,4}q_{5,5}q_{6,6}} \right) + L_5 \left(\frac{P_{5,I}}{q_{5,5}} + \frac{P_{6,I}\, P_{5,6}}{q_{5,5}q_{6,6}} \right) \\ & + L_6 \left(\frac{P_{6,I}}{q_{6,6}} \right) \qquad (26) \end{aligned}$$

الجانب التطبيقي:

تعتمد سلاسل ماركوف عادة على بيانات عام واحد فقط ونظرا للاضطرابات المتكررة في البلاد فقد أخذنا المتوسط للأعوام من2007/ 2006 حتى 2021/2020 في التحليل والجدول التالي يوضح متوسطات أعداد الطلاب الناجحون والراسبون والمفصولون والمتخرجون

.

جدول رقم (1) يوضح متوسطات الناجحون والراسبون والمفصولون والمتخرجين في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن للفترة من 2007/2006 إلى 2021/2020

	الناجحون	**الراسبون**	**المفصولون**	**المجموع**
المستوى الأول	236	20	20	276
المستوى الثاني	228	12	17	257
المستوى الثالث	192	11	12	215
المستوى الرابع	198	9	8	215
المستوى الخامس	173	11	6	190
المستوى السادس	171	6	4	181
المتخرجون				182

المصدر :من إعداد الباحث بالاعتماد على بيانات إدارة التخطيط والاحصاء بالجامعة

وتكون مصفوفة الانتقال بين المستويات المختلفة كما في جدول رقم (2) التالي:

جدول رقم (2) يوضح مصفوفة الانتقال بين المستويات المختلفة في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن

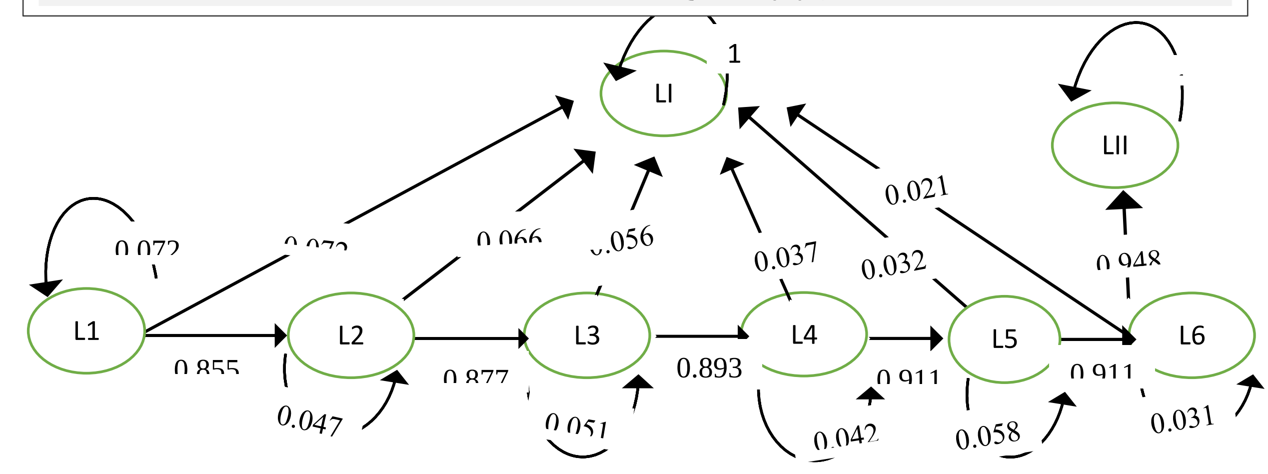
State الحالات	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_I	L_{II}
L_1	20	236	0	0	0	0	20	0
L_2	0	12	228	0	0	0	17	0
L_3	0	0	11	192	0	0	12	0
L_4	0	0	0	9	198	0	8	0
L_5	0	0	0	0	11	173	6	
L_6	0	0	0	0	0	6	4	182
L_I	0	0	0	0	0	0	67	0
L_{II}	0	0	0	0	0	0	0	182

المصدر : من إعداد الباحث بالاعتماد على بيانات جدول رقم(1)

باستخدام طريقة الترجيح الأعظم الموضحة في المعادلة (4) يتم تقدير احتمالات الانتقال كما في المصفوفة التالية والشكل رقم (1) الذين يوضحان كيفية الانتقال بين الحالات المختلفة

$$P=\begin{array}{c} \\ L_1\\ L_2\\ L_3\\ L_4\\ L_5\\ L_6\\ L_I\\ L_{II}\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccccc} L_1 & L_2 & L_3 & L_4 & L_5 & L_6 & L_I & L_{II}\end{array}\\ \begin{bmatrix} 0.072 & 0.855 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.072 & 0.000\\ 0.000 & 0.047 & 0.887 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.066 & 0.000\\ 0.000 & 0.000 & 0.051 & 0.893 & 0.000 & 0.000 & 0.056 & 0.000\\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.042 & 0.921 & 0.000 & 0.037 & 0.000\\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.058 & 0.911 & 0.032 & 0.000\\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.031 & 0.021 & 0.948\\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000\\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix}\end{array}$$

شكل رقم (1) يوضح مخطط الاحتمالات الانتقالية



وتكون المصفوفة N كما في الجدول التالي:

	L 1	L 2	L 3	L 4	L 5	
L 1	1.074	0.97	0.907	0.845	0.827	0.778
L 2	0	1.049	0.981	0.914	0.894	0.841
L 3	0	0	1.054	0.982	0.96	0.904
L 4	0	0	0	1.044	1.021	0.96
L 5	0	0	0	0	1.062	1
	0	0	0	0	0	1.033

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام QM for Windows

حيث أن زمن بقاء الطالب في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن في المستويات المختلفة نوجده من المصفوفة M يمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$M=\begin{bmatrix} 5.389 \\ 4.678 \\ 3.899 \\ 3.024 \\ 2.06 \\ 1.032 \end{bmatrix}$$

أما مصفوفة الاحتمالات الانتقالية من الحالات غير الماصة (المستويات المختلفة) إلى الحالات الماصة (التخرج أو الفصل) والتي رمز لها بالرمز B يمكن كتابتها بالشكل التالي:

	LI	LII
L 1	0.266	0.734
L 2	0.204	0.797
L 3	0.145	0.856
L 4	0.091	0.91
L 5	0.055	0.946
L 6	0.022	0.978

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج QM for Windows

حيث أنه بعد مدة بقاء مساوية إلى (5.389) سنة سيحصل 73% من الطلاب المستجدين على التخرج وإن الطالب المستجد بعد مدة البقاء هذه سيتخرج باحتمال مساوٍ (0.734) أو يُفصل نهائياً باحتمال (0.266) أي أن عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد خمس سنوات وأربعة أشهر و وعشرون يوما من طلاب المستوى الأول سيعطى بالمعادلتين:

$$LI = 0.266L1, \qquad LII = 0.734L1 \qquad (27)$$

وبعد مدة بقاء مساوية إلى (4.678) سنة سيحصل 80% من طلاب المستوى الثاني على التخرج وإن طالب المستوى الثاني بعد مدة البقاء هذه سيتخرج باحتمال مساوٍ (0.797) أو يُفصل نهائياً باحتمال ((0.204) أي أن عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد أربع سنوات وثمانية أشهر وأربع أيام من طلاب المستوى الثاني سيعطى بالمعادلتين:

$$LI = 0.204L2\ , \qquad LII = 0.797L2 \qquad (28)$$

وكذلك بعد مدة بقاء مساوية إلى (3.899) سنة سيحصل 86% من طلاب المستوى الثالث على التخرج و إن طالب المستوى الثالث بعد مدة البقاء هذه سيتخرج باحتمال مساوٍ (0.856) أو يُفصل نهائياً باحتمال (0.145) أي أن عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد ثلاث سنوات وعشرة أشهر وأربعة وعشرون يوما من طلاب المستوى الثالث سيعطى بالمعادلتين

$$LI = 0.145\ L3\ , \qquad LII = 0.856\ \ L3 \qquad (29)$$

وكذلك بعد مدة بقاء مساوية إلى (3.024) سنة سيحصل 91% من طلاب المستوى الرابع على التخرج و إن طالب المستوى الرابع بعد مدة البقاء هذه سيتخرج باحتمال مساوٍ (0.91)أو يُفصل نهائياً باحتمال (0.091)أي أن عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد ثلاث سنوات وتسع أيام من طلاب المستوى الرابع سيعطى بالمعادلتين:

$$\mathrm{LI} = 0.091\ \mathrm{L4}\ , \qquad LII = 0.91\ \mathrm{L4} \qquad (30)$$

وكذلك بعد مدة بقاء مساوية إلى (2.06) سنة سيحصل 95% طلاب المستوى الخامس على التخرج وإن طالب المستوى الخامس بعد مدة البقاء هذه سيتخرج باحتمال مساوٍ (0.946)أو يُفصل نهائياً باحتمال(0.055) أي أنه عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد سنتين واثنين وعشرين يوما من طلاب المستوى الخامس سيعطى بالمعادلتين:

$$\mathrm{LI} = 0.055\mathrm{L5}\ , \qquad \mathrm{LII} = 0.946\mathrm{L5} \qquad (31)$$

وكذلك بعد مدة بقاء مساوية إلى (1.033) سنة سيحصل 98% من طلاب المستوى السادس على التخرج و إن طالب المستوى السادس بعد مدة البقاء هذه سيتخرج باحتمال مساوٍ (0.978)أو يُفصل نهائياً باحتمال(0.022) أي أن عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد سنة واثنى عشر يوما من طلاب المستوى السادس سيعطى بالمعادلتين

$$\mathrm{LI} = 0.022\ \mathrm{L6}, \qquad \mathrm{LII} = 0.987\mathrm{L6} \qquad (32)$$

ويمكن تلخيص هذه النتائج في الجدول التالي

السنة الدراسية	متوسط عدد الطلبة المتوقع انتقالهم إلى حالة التخرج	متوسط عدد الطلبة المتوقع انتقالهم إلى حالة الفصل	الحالة السابقة في السنة t
t+1	0.987L6	0.022 L6	طلاب المستوى السادس L_6
t+2	0.946L5	0.055L5	طلاب المستوى الخامس L_5
t+3	0.91 L4	0.091 L4	طلاب المستوى الرابع L_4
t+4	$0.856\ \ L3$	$0.145\ L3$	طلاب المستوى الثالث L_3
t+5	$0.797L2$	$0.204L2$	طلاب المستوى الثاني L_2
t+6	$0.737L1$	$0.266L1$	طلاب المستوى الأول L_1

ولذلك فإن متوسط عدد الطلبة الذين سيتعرضون للفصل في الست السنوات القادمة هو

$$F_I = 0.266L1 + 0.204L2 + 0.145\ L3 + 0.091\ \mathrm{L4} + \ 0.055\mathrm{L5} + 0.022\ \mathrm{L6}\ , \qquad (33)$$

وإن متوسط عدد الطلبة الذين سيحصلون على شهادة البكالوريوس في الست السنوات القادمة هو

$$F_{II} = 0.737L1\ +\ \ 0.797L2\ + 0.856\ \ L3 +\ 0.91\ \mathrm{L4}\ +\ 0.946\mathrm{L5}\ \ + 0987\mathrm{L6}, \ \ (34)$$

ويمكن ايجاد التباينات لزمن بقاء الطالب في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن وفقاً للمعادلة (18) كالآتي:

$$2\left(\begin{bmatrix} 1.08 & 0.97 & 0.90 & 0.84 & 0.82 & 0.77 \\ 0.00 & 1.05 & 0.98 & 0.91 & 0.89 & 0.84 \\ 0.00 & 0.00 & 1.05 & 0.98 & 0.96 & 0.90 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.04 & 1.02 & 0.96 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.06 & 1.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.03 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right).\begin{bmatrix} 5.39 \\ 4.68 \\ 3.90 \\ 3.02 \\ 2.06 \\ 1.03 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 29.04 \\ 21.88 \\ 15.20 \\ 9.14 \\ 4.24 \\ 1.07 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3.37 \\ 1.85 \\ 0.88 \\ 0.33 \\ 0.13 \\ 0.03 \end{bmatrix}$$

وتختبر فرضية العدم القائلة :لا يوجد فرق جوهري بين متوسط مدة البقاء في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن والمدة النظامية كما يلي.

توجد قيمة t كما يلي :

$$|t| = \frac{\bar{x} \quad -6}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{5.389 - 6}{\sqrt{\frac{3.37}{6}}} = -0.815 \qquad (34)$$

حيث أن

(6) متوسط مدة بقاء الطالب النظامية في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن.

(5.389) متوسط مدة بقاء الطالب في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن.

(3.37) تباين مدة بقاء الطالب في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن.

(n) حجم العينة (عدد أسطر أو أعمدة المصفوفة وتساوي 6).

حيث كانت قيمة t الفعلية تساوي (-0.815) وبمقارنتها مع قيمة t الجدولية عند مستوى دلالة 5% و درجة حرية $(n-1)$ ، حيث كانت $t_{(.95,7)}$ =1.895 وقد وجد أن القيمة الفعلية

$t > |t|$ الجدولية وبذلك نقبل فرضية العدم القائلة لا يوجد فرق جوهري بين متوسط مدة البقاء في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن والمدة النظامية، ونرفض الفرضية البديلة القائلة يوجد فرق جوهري بين متوسط مدة البقاء في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن والمدة النظامية.

وفي النهاية اعتمادا على الجدول رقم (3) الذي يحتوي على البيانات الفعلية لإعداد الطلاب المسجلين في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن للفترة من2006/2007 إلى 2020/2021

جدول رقم (3) الطلاب المسجلين في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن للفترة من 2006/2007 إلى 2020/2021

2020/2021	2019/2020	2018/2019	2017/2018	2016/2017	2015/2016	2014/2015	2013/2014	2012/2013	2011/2012	2010/2011	2009/2010	2008/2009	2007/2008	2006/2007
266	273	317	481	308	270	260	250	271	180	202	165	187	188	215

المصدر : قسم التخطيط والاحصاء جامعة عدن

تم توفيق معادلة الانحدار حسب النموذج الخطي، فكانت على الشكل التالي

$$L_1 = \quad 11.671\text{Y}_0 - 23239.052 \qquad (35)$$

حيث أن L_1 هو عدد الطلاب الجدد (المقيدين في المستوى الأول)، Y_0 عام التسجيل وباستخدام النموذج في المعادلة (35) مع معادلة (27) نحصل على

$$L_{II} = \quad 8.616y - 17173.730 \qquad (36)$$

حيث أن L_{II} هو عدد الطلاب المتخرجين، Y عام التخرج ويكتب على سبيل المثال 2007/2008 بالشكل 2007 وهكذا ومن هذا النموذج تم التنبؤ بعدد الطلاب المتوقع تخرجهم في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن الأول بالشكل التالي:

جدول رقم (4) الطلاب الخريجين في كلية الأسنان في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن للفترة من 2006/2007 إلى 2020/2021

العام	2009/2010	2010/2011	2011/2012	2012/2013	2013/2014	2014/2015	2015/2016	2016/2017	2017/2018	2018/2019	2019/2020	2020/2021
القيمة الحقيقية	169	171	172	161	155	144	206	188	210	205	163	240
القيمة التقديرية	137	145	154	162	170	179	189	196	206	213	222	231

المصدر: للقيم الحقيقية قسم التخطيط والاحصاء جامعة عدن

وقد طبق معيار تايل لعدم التساوي الموضح في معادلة (17) ووجد أن قيمته $u = 0.880$ أي أن النموذج يعتبر نموذجا جيدا للتنبؤ وله قوة تنبؤيه عالية.

النتائج

1. لا يوجد فرق جوهري بين متوسط مدة البقاء في قسم الطب البشري كلية الطب والعلوم الصحية جامعة عدن والمدة النظامية.
2. بعد خمس سنوات وأربعة أشهر وعشرون يوما سيحصل 73% من الطلاب المستجدين على التخرج وإن الطالب المستجد بعد مدة البقاء هذه سيُفصل نهائياً باحتمال (0.266).
3. بعد أربع سنوات وثمانية أشهر وأربع أيام سيحصل 80% من طلاب المستوى الثاني على التخرج و إن طالب المستوى الثاني بعد مدة البقاء هذه سيُفصل نهائياً باحتمال (0.204)
4. بعد ثلاث سنوات وعشرة أشهر وأربعة وعشرون يوما سيحصل 86% من طلاب المستوى الثالث على التخرج وإن طالب المستوى الثالث بعد مدة البقاء هذه سيُفصل نهائياً باحتمال (0.145).
5. بعد ثلاث سنوات وتسع أيام سيحصل 91% من طلاب المستوى الرابع على التخرج وإن طالب المستوى الرابع بعد مدة البقاء هذه سيُفصل نهائياً باحتمال (0.091).
6. كذلك بعد سنتين واثنين وعشرين يوما سيحصل 95% طلاب المستوى الخامس على التخرج وإن طالب المستوى الخامس بعد مدة البقاء هذه سيُفصل نهائياً باحتمال(0.055)
7. كذلك بعد سنة واثنى عشر يوما سيحصل 99% من طلاب المستوى السادس على التخرج وإن طالب المستوى السادس بعد مدة البقاء هذه سيُفصل نهائياً باحتمال (0.022).
8. تم توفيق النموذج $L_{II} = 8.616Y - 17173.73$

حيث أن L_{II} هو عدد الطلاب المتخرجين، Y عام التخرج ويكتب على سبيل المثال 2007/2008 بالشكل 2007.

التوصيات

1. ضرورة استخدام الرياضيات الحديثة في وضع السياسات والخطط لمخرجات الجامعات بما يتفق مع حاجات المجتمع في المستقبل.
2. اعتبار النموذج المار كوفي من الوسائل والطرق الحديثة التي تعمل على المساعدة في وضع استراتيجية التعليم الجامعي حيث يمكن من خلال هذا النموذج دراسة جميع الكليات وفي مختلف الاختصاصات بحيث يكون بين أيدي القائمين عن التعليم الجامعي أدوات تساعدهم في معرفة الأعداد التي يمكن أن تحصل على المؤهل العلمي ومعرفة زمن التخرج.

المراجع

1. محسن، مفتاح الطيب والشويرف، محمد علي. (2018). تطبيق نماذج سلاسل ماركوف في تقدير متوسط المدة الزمنية لمراحل دراسة الطالب في كلية طب وجراحة الفم والأسنان بالجامعة الأسمرية الإسلامية خلال الفترة 2008-2016م . مجلة المدد، (العدد الأول) ، السنة الأولى،94-103.
2. أزهري، نور مصطفى. (2017). استخدام طوريات ماركوف المخفية في التعرف على الصور والرموز. رسالة الماجستير، جامعة تشرين، سوريا.
3. عبد الله، سهاد. (2017). أثر استخدام سلاسل ماركوف في تخطيط التعليم الجامعي- دراسة تطبيقية على كلية المجتمع للبنات بخميس مشيط. مجلة العلوم التربوية والنفسية، المجلد (1)، العدد (7) السابع،84-98.
4. غافل، منى طاهر. (2017). استخدام نموذج سلاسل ماركوف في إدارة الديون المعدوم -دراسة تطبيقية في مصرف الاستثمار العراقي (فرع البصرة) .مجلة الاقتصاد الخليجي، العدد (33)، 170-186.
5. رودين، وليد ميه، وفتحي، فاطمة هاشم، وغافل ،منى طاهر. (بدون سنة نشر). استخدام سلاسل ماركوف الامتصاصية للتنبؤ بأعداد الخريجين في كلية الإدارة

والاقتصاد جامعة البصرة، مجلة العلوم الاقتصادية،105-118.
6. أحمد، ريكان . (2008). سلاسل ماركوف بين النظرية والتطبيق في المجال الاقتصادي والمالي و الإداري. مجلة تنمية الرافدين- كلية التجارة والاقتصاد-جامعة الموصل، المجلد (30) ، العدد (92) ،239-256.
7. البازي، عمار فردريك والعباسي ، صبا زكي. (2006). تطبيقات سلاسل ماركوف في كلية التمريض-جامعة بغداد. مجلة المنصور ، العدد (9)،131-163.
8. Pinsky, M. K. and Karlin, S. (2011) . An Introduction to Stochastic Modeling Fourth Editionm. Elsevier Academic Press.
9. Greenwell, R. N. Ritchey N. P. and Lial M. l. (2003).Calculus for the Life Sciences. Canada: Pearson Education Inc, eighth Edition.
10. Kemeny, J. G. and Snell, J. (1980). Finite Markov Chains. New York: Springer-Verlag.